29862

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2005 අප්‍රේල්
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2005 ஏப்பிரல்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2005

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

* ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (a) $f(x) = x^2 + bx + c$ හා $g(x) = x^2 + qx + r$ යැයි ගනිමු; මෙහි $b, c, q, r \in \mathbb{R}$ හා $c \neq r$ වේ.

α, β යනු $g(x) = 0$ හි මූල යැයි ගනිමු.

$f(\alpha) f(\beta) = (c-r)^2 - (b-q)(cq-br)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, $f(x) = 0$ ට හා $g(x) = 0$ ට පොදු මූලයක් ඇත්නම්, එවිට $b-q$, $c-r$ හා $cq-br$ ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියක පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

α, γ යනු $f(x) = 0$ හි මූල නම්, β, γ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය

$$x^2 - \frac{(c+r)(q-b)}{(c-r)} x + \frac{cr(q-b)^2}{(c-r)^2} = 0$$ බව පෙන්වන්න.

(b) $p(x) = ax^3 + bx + c$ යන්න $x+1$ න්, $x-1$ න් හා $x-2$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂ පිළිවෙළින් 4, 0 හා 4 වේ. a, b, c හි අගයන් සොයා, $p(x)$ හි ඒකජ සාධක සියල්ල නිර්ණය කරන්න.

2. (a) පිරිමි ළමයින් 7 කින් හා ගැහැනු ළමයින් 5 කින් යුත් සමූහයකින්, පුද්ගලයින් 5 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත විවාද කණ්ඩායමක් තෝරාගත යුතු ව ඇත.

(i) සමූහයේ ඕනෑ ම 5 දෙනෙකු,

(ii) යටත් පිරිසෙයින් එක් ගැහැනු ළමයෙකු,

(iii) යටත් පිරිසෙයින් එක් ගැහැනු ළමයෙකු හා එක් පිරිමි ළමයෙකු,

අඩංගු වන සේ මෙම කණ්ඩායම ආකාර කොපමණ ගණනකට සකස් කළ හැකි වේ ද?

(b) $(1+2x+kx^2)^5$ හි ප්‍රසාරණයේ x^3 හි සංගුණකය k ඇසුරෙන් සොයන්න.

මෙම සංගුණකය ශූන්‍ය වේ නම් k හි අගය සොයන්න.

k හි මෙම අගය සඳහා $(1+2x+kx^2)^5$ හි ප්‍රසාරණයේ x^n හි සංගුණකය a_n මගින් අංකනය කෙරේ.

(i) $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = -121$ බවත්,

(ii) $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 122$ බවත්,

පෙන්වන්න.

3. (*a*) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යොදගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා ම

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\cdot\cdot\cdot+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2(n+1)}+\frac{1}{2(n+2)}$$ බව සාධනය කරන්න.

$$\frac{1}{4}-\sum_{r=1}^{n}\frac{1}{r(r+1)(r+2)}<\frac{1}{100}$$ වන කුඩාතම n නිඛිලය සොයන්න.

(*b*) $\frac{1}{2}|x-1|>|x-4|$ වන x හි තාත්ත්වික අගය කුලකය සොයන්න.

4. (*a*) z_1 හා z_2 යනු ඕනෑ ම සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ගනිමු. ආගන්ඩ් සටහනෙහි z_1+z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපනය කෙරෙන ලක්ෂ්‍යය නිර්මාණය කරන්න.

$|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$ වන අවස්ථාව විදහා දක්වෙන රූප සටහනක් අඳින්න.

සාධාරණ වශයෙන්, $|z_1+z_2|\leq|z_1|+|z_2|$ වන්නේ ඇයි දැයි ජ්‍යාමිතික ව පැහැදිලි කරන්න.

$z_1=-12+5i$ හා $|z_2|=5$ නම්, $|z_1+z_2|$ හි වැඩිතම අගය සොයන්න.

$|z_1+z_2|$ ට ස්වකීය වැඩිතම අගය ඇත්නම් හා $\frac{\pi}{2}<\arg z_2<\pi$ නම්, $p+iq$ ආකාරයෙන් z_2 ප්‍රකාශ කරන්න.

(*b*) ආගන්ඩ් සටහනෙහි A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් z_1, z_2, z_3 හා z_4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි.

AB හා CD ලම්බ ව ඡේදනය වේ නම්, එවිට $\left(\frac{z_1-z_2}{z_3-z_4}\right)$ හුදෙක් අතාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.

5. (*a*) $y=\frac{1}{2}\left(\sin^{-1}x\right)^2$ නම්, $\left(1-x^2\right)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}-1=0$ බව පෙන්වන්න.

$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}$, $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}$ හා $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)_{x=0}$ සොයන්න.

(*b*) සමචතුරස්‍ර පතුළක් සහිත එහෙත් පියනක් රහිත, ධාරිතාව 256 cm^3 කින් යුත් සෘජුකෝණාස්‍ර පෙට්ටියක් සෑදිය යුතු ව ඇත. පතුළ සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ගසෙන්ටිමීටරයකට මෙන් 8 ගුණයක් සෘජුකෝණාස්‍ර පැති සඳහා අවශ්‍ය ද්‍රව්‍යවල වර්ගසෙන්ටිමීටරයකට වැය වේ නම්, වඩාත් ම ලාභදායී පෙට්ටියේ මාන සොයන්න.

6. (*a*) $\tan\frac{x}{2}=t$ ආදේශය යොදගනිමින්, $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{5+4\sin x}$ අනුකලය අගයන්න.

(*b*) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යොදගනිමින්, $\int_0^1 15x^3\sqrt{1+x^2}\,dx$ අනුකලය අගයන්න.

(*c*) $\int\frac{x^2-10x+13}{(x-2)(x^2-5x+6)}\,dx$ සොයන්න.

[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

7. ABC ත්‍රිකෝණයක B හා C ශීර්ෂ පිළිවෙළින් $4x-3y=0$ රේඛාව මත හා x- අක්ෂය මත පිහිටයි. BC පාදය $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ හරහා යන අතර එයට m බෑවුමක් ඇත.

(i) m ඇසුරෙන් B හා C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) $OB=\left|\frac{10(m-1)}{3(3m-4)}\right|$ බවත්, $OC=\left|\frac{2(m-1)}{3m}\right|$ බවත් පෙන්වන්න; මෙහි O යනු මූල ලක්ෂ්‍යය වේ.

(iii) $ABOC$ රොම්බසයක් නම්, m ට තිබිය හැකි අගය දෙක හා A හි අනුරූප ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

8. $x^2+y^2+2gx+2fy=0$ හා $x^2+y^2-4r^2=0$ සමීකරණ සහිත වෘත්ත දෙක එකිනෙකට බාහිර ලෙස කොහෙත් ම ස්පර්ශ නොවන නමුත් $g^2+f^2=r^2$ නම් අභ්‍යන්තර ලෙස එකිනෙකට ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.

පසුව සඳහන් කළ අවස්ථාවේ දී ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

මූල ලක්ෂ්‍යයත්, $0<a<1$ වන $(a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයත් හරහා යන්නා වූ ද, සමීකරණය $x^2+y^2-4=0$ වන වෘත්තය ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද වෘත්ත දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

මෙම ලක්ෂ්‍ය, විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය ද සොයන්න.

9. (*a*) (i) සෑම θ සඳහා ම, $8\cos^4\theta-4\cos^3\theta-8\cos^2\theta+3\cos\theta+1=\cos 4\theta-\cos 3\theta$ බවත්,

(ii) 7θ යන්න 2π හි නිඛිලමය ගුණාකාරයක් නම්, $\cos 4\theta=\cos 3\theta$ බවත්,

පෙන්වන්න.

$\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}=-\frac{1}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(*b*) ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

O යනු $O\hat{A}B=O\hat{B}C=O\hat{C}A=\theta$ වන පරිදි ABC ත්‍රිකෝණයක් තුළ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. OBC හා OAB ත්‍රිකෝණවලට සයින් නීතිය භාවිත කරමින්, සම්මත අංකනයෙන්,

$OB=\frac{a\sin(C-\theta)}{\sin C}=\frac{c\sin\theta}{\sin B}$ බව සාධනය කර,

$\cot\theta=\cot A+\cot B+\cot C$ බව අපෝහනය කරන්න.

* * *

www.pastpaperlk.com